

EXERCISE THREE

作业5/8课堂交。上机作业交电子版5/11前到邮箱。带***题本科生选做，研究生必做。

1. 证明LTI系统的输入和输出的自相关系数公式: $r_y(k) = r_h(k) * r_x(k)$, 其中 $r_h(k) = h(n) * h^*(n - k)$, 为系统的相关序列。
特别说明功率谱的对应公式。
***矩阵表示: $Y = HX$, 则 $E(YY^T) = HE(XX^T)H^T$.
2. 设随机信号 $x(n)$ 是白噪声过程 $WN(0, \sigma^2)$, 通过平均滤波器得到 $y(n) = (x(n) + x(n - 1))/2$ 和 差分滤波器得到 $z(n) = (y(n) - y(n - 1))/2$.
 - (a) 求 $y(n), z(n)$ 的均值, 方差;
 - (b) 计算其自相关系数, 说明它是平稳信号。
 - (c) 计算功率谱, 验证功率谱的输入输出公式。
3. 给定ARMA(1,1)过程 $x(n) + ax(n - 1) = u(n) + bu(n - 1)$, 说明其可以用一个AR(∞)模型模拟。 $x(n) + \sum_{k=1}^{\infty} c(k)x(n - k) = u(n)$; 特别 $c(k) = (a - b)(-b)^{k-1}, k \geq 1$.
***用MA(∞)模拟以上ARMA(1,1)过程, 特别 $d(k) = (b - a)(-a)^{k-1}, k \geq 1$.
4. 设已知一个平稳随机过程的自相关函数为 $r(0) = 1, r(1) = -0.5, r(2) = 0.625, r(3) = -0.6875$, 建立一阶AR模型, 计算其系数。 同样二阶AR模型。(求解YULE-Walker方程)
***同样构造三阶和四阶AR模型。

上机作业MATLAB

要求每题提交一个M文件(可直接执行)和一个所有结果的说明文件。

1. (模型与信号)

- A: 利用 $a = levinson(r, n)$, 计算验证习题4的结果 $n = 1, 2, 3, 4$; 特别记下 $n = 4$ 的模型参数 a_k ;
- B: 生成一个白噪声 $u(n)$; 利用滤波器 $filter()$, 其中 $h(z) = 1/(1 + \sum a_k z^{-k})$, 生成一个信号 $x(n)$;
- C: 利用 $xcor(x)$ 计算自相关函数, 比较其与习题4的给定自相关函数。
- D: (***) 尝试多次生成白噪声, 得到多组信号, 取平均值, 比较自相关函数;

2. (统计信号处理)

- A: (谱分析)学习 psddemo.m; 对作业1中的自己录的声音信号给出不同谱分析结果: periodgram; pwelch, pmusic, pburg;
- A: (线性预测)学习MATLABdemo:lpcardemo.m, 试给你选择的语音文件(数据要短)建立一个AR预测模型(阶足够大), 尝试用 $filter$ 反复预测得到一段未来信号; $x_{n+1} = filter(1, a, x_n)$;
- 比较模型和真实数据的差异(耳朵听和谱比较); 特别听听预测的信号有无意义;
- B: (***) (声音合成) 自己利用白噪声和MA模型, 调试不同的模型, 产生有意义的声音!
- c: (***) 学习MATLABdemo:ipexwiener.m, 试给你选择的图像进行Wiener去噪, 说明差异。